文章编号:1000-4939(2024)06-1343-07

柔性屏幕褶皱分析及无褶皱设计

赵振宇[1,2],曾昱嘉[1],张贤鹏[2]

(1. 深圳大学物理与光电工程学院,518060 深圳;2. 深圳光峰科技股份有限公司,518052 深圳)

摘 要:褶皱对柔性投影屏幕显示效果具有极大影响,而目前关于大尺寸薄膜褶皱的研究较少。基于屈曲理论建立了投影屏幕的有限元模型,采用多种方法提高模型的收敛性和准确性。基于不同情况的模拟分析了产生褶皱的原因,结果表明两侧缺乏约束是月牙形褶皱的主要成因,屏幕下边沿水平变形是结论中放射状褶皱的主要成因。模拟结果与实测变形在幅值、周期、形状等方面基本一致。基于分析结果,对屏幕结构进行了改进,有效控制了屏幕褶皱变形。

关键词:薄膜结构;褶皱;屈曲;有限元模拟

中图分类号:O342;TU35 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2024.06.014

Wrinkling behavior analysis and wrinkle-free design of projection screen

ZHAO Zhenyu[1,2], ZENG Yujia[1], ZHANG Xianpeng[2]

(1. College of Physics and Optoelectronic Engineering, Shenzhen University, 518060 Shenzhen, China;
2. Appotronics Corporation Ltd., 518052 Shenzhen, China)

Abstract: Wrinkles greatly affect the performance of projection screens. However, there are few studies on the wrinkle problem of large membrane structures. Based on the bifurcation buckling theory, a finite element model of screen was built and simulated. Various methods were introduced to improve the convergence and accuracy of the model. The causes of wrinkles were analyzed by several simulation cases. It is found that the lack of fixation on both sides generates the crescent winkles on edges while the horizontal deformation of the bottom edge leads to radial wrinkles in middle area of screen. The simulation and measured results fit well on amplitude, period and shape. Finally, a wrinkle-free screen structure is designed. The wrinkles are reduced successfully with the new design.

Key words: membrane structure; wrinkle; buckling; finite element method

投影是一种常用的显示手段,具有显示尺寸大、整体重量轻、观看效果好、使用方便等特点,广泛用于家庭、教学、办公、娱乐等多种场合。投影屏幕是投影显示的重要组成部分,能够有效提高画面增益、对比度和抗光性等性能,提升投影的观看体验。投影屏幕通常采用柔性的大尺寸(100 吋以上,即屏幕

收稿日期:2022-05-21 修回日期:2022-09-17

基金项目:国家重点研发计划资助项目(No. 2018YFB0406800);广东省重点领域研发计划资助项目(No. 2019B010926001);广东省省级科技计划资助项目(No. 2018B030323014)

通信作者:赵振宇。E-mail:eliayes@163.com

引用格式:赵振宇,曾昱嘉,张贤鹏. 柔性屏幕褶皱分析及无褶皱设计[J]. 应用力学学报,2024,41(6):1343-1349.
ZHAO Zhenyu, ZENG Yujia, ZHANG Xianpeng. Wrinkling behavior analysis and wrinkle-free design of projection screen [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2024, 41(6):1343-1349.

对角线长度100吋,1吋=25.4 mm,)薄膜材料。然而,由于产品的结构特性,屏幕经常出现褶皱问题[1],影响观看体验。尤其随着近些年投影亮度的提升,投影画面对屏幕褶皱的敏感性越来越高,如何预测控制褶皱、保持屏幕平整性成为行业的重点问题。

由于柔性薄膜褶皱形成机理的复杂性,目前对褶皱的分析预测仍然处在探索阶段,已有的研究工作主要集中于褶皱特征分析[2-5],褶皱的本征模型构建与预测[6-10],以及对模型的优化等方面[11-12]。而随着计算机技术的发展,数值方法在研究中得到越来越多的应用,使得相关研究在近些年取得了诸多成果。曹进军等[10]推导了对角拉伸方膜的褶皱幅值预测模型,结果与实测值误差在10.2%以内。徐凡等[12]综述了拉伸起皱从小变形解析到起皱-再稳定理论的发展历程,指出了板壳理论在薄膜起皱问题及优化中的重要作用。傅强等[13]基于屈曲理论,结合有限元方法分析了开孔对临界屈曲应力的影响。侯祥林等[14]提出了一种后屈曲载荷及变形的优化算法,相比已有的方法提升了求解速度。现有研究中对于褶皱的计算方法主要分为两类:基于平面应力分析的张力场理论[6, 15]以及基于板壳模型的特征值屈曲分析理论[9, 16]。前者通过分析褶皱特征,调整泊松比、杨氏模量等材料参数[17],或定义松弛能量方程[18]等方式对材料本征模型进行修改进行计算。而后者基于屈曲理论,将褶皱视为后屈曲变形的形式[12,16],通过屈曲模态引导模型进行褶皱变形,实现对褶皱的预测分析。

然而,目前的研究多局限于小尺寸薄膜的变形分析,主要关注褶皱的力学模型构建,将相关理论应用于解决实际工程问题的研究偏少。同时,大尺寸薄膜具有厚度薄、尺寸大等特点,对微小扰动更加敏感,模拟过程中计算结果不易收敛,已有研究结果难以直接应用。

本研究基于屈曲理论,针对大尺寸薄膜的褶皱变形模拟分析,提出采用多种方法提高结果的收敛性及准确性。并结合实际情况,利用数值模拟分析对比不同边界条件对屏幕褶皱的影响,从而确定褶皱的成因。通过与实际测量结果对比验证了模拟方法的准确性和可靠性。基于分析结果对屏幕结构进行优化设计,并采用模拟计算和实际试验验证了优化设计的实际效果。本研究所采用的方法具有快速、准确、方便等优势,能够大大节省屏幕工程设计的时间和成本

1 试验方法与模型

1.1 试验方法

典型的屏幕结构示意图如图1所示。屏幕上方为收卷轴,收卷轴为钢管,两端与外壳固定。屏幕上端固定并卷绕于收卷轴上,由于卷绕部分的摩擦力,屏幕上端沿收卷轴方向几乎不会产生变形,收卷轴本身几乎不会产生变形,因此可以认为屏幕上端为完全固定。屏幕下端固定于具有一定刚度的底部横梁上(质量约1 kg),通过其自重为屏幕提供一定张力。屏幕两侧为自由边界条件。屏幕材质为PET,观看尺寸为100吋(屏幕具体尺寸为2 230 mm × 1 250 mm),厚度为0.3 mm。采用的基本材料参数如表1所示。

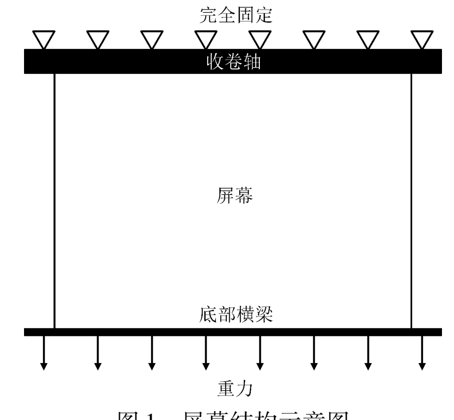


图1 屏幕结构示意图

Fig. 1 Screen membrane diagram

表1 屏幕材料参数[20]

Tab. 1 Material property of screen membrane[20]

材料	弹性模量/MPa	泊松比	密度/(g · cm^{-3})
PET	2 200	0.32	1.34

对于屏幕的实际变形,采用非接触的方法进行测量[4]。将屏幕划分为间距20 mm的棋盘格形状,每个交点作为一个测量点。采用激光三维扫描仪(误差0.01 mm)测量测量点的空间位置,将测量结果进行拼合,以屏幕静止时屏幕薄膜的4个顶点作为测量基准点,采用最小二乘法拟合基准平面,将每个测量点到基准平面的差值作为测量点的实际变形量,从而得到整体的褶皱变形分布。

1.2 数值模型建立

基于拉格朗日静力平衡问题,经典分岔曲特征

问题可表述为[16]

$$(\boldsymbol{K}_e + \lambda \boldsymbol{K}_G)\varphi = 0 \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{K}_e$为结构刚度矩阵;$\boldsymbol{K}_G$为初应力矩阵;方程存在一系列特征值 $\lambda_i(i=1,2,\cdots)$及特征模态 $\varphi_i(i=1,2,\cdots)$,其中最小特征值 λ_{min}即为结构稳定分析的临界载荷,相应的模态 φ_{min}即为屈曲模态。在有限元计算过程中,对于分岔临界载荷步[即分岔临界点 $\tau \in (t, t+\Delta t)$],采用线性插值寻找特征值,即

$$[{}^t\boldsymbol{K}_e + \lambda({}^{t+\Delta t}\boldsymbol{K}_G - {}^t\boldsymbol{K}_G)]\varphi = 0 \tag{2}$$

式中:上标 t 表示时间或位移尺度;$\lambda = (\tau - t)/\Delta t$ 为基于插值的特征值。

在临界点附近结构面临分岔,为非稳定状态,模型对数值误差非常敏感,因此,需要采用一定方法保证模型平稳通过分岔点过渡到后屈曲路径上。本研究将结构屈曲分析模态作为初始面外扰动引入模型,消除求解过程的奇异性,同时,避免模拟条件下面内载荷难以产生面外变形(褶皱)的问题。本研究还采用位移控制技术提高计算收敛性,即采用增量位移替代力载荷对模型位移进行控制。另外,由于初始阶段模型刚度很小,无法产生屈曲,需要在屈曲分析前为结构提供额外的初应力使其具有一定刚度。本研究采用降温法引入初应力刚度矩阵,即通过给模型施加一定的降温载荷,利用材料热膨胀性质产生预应力,这种方法对屈曲变形的影响可以忽略不计,同时加载均匀,不受限于边界条件。

采用有限元软件 ABAQUS 模拟屏幕薄膜的褶皱变形,选用 shell 单元计算,约网格尺寸 1 mm。基于屈曲分岔理论对薄膜变形模态进行分析,剔除局部变形的屈曲模态(变形区域小于屏幕面积的 1/10[16]),将变形模态(一般取一阶模态)作为初始扰动添加到模型中,分析整体变形。由于大尺寸薄膜褶皱变形问题通常表现出高度的几何非线性,因此后屈曲分析采用非线性分析计算薄膜的变形情况。

2　结果与讨论

2.1　变形模式分析

屏幕薄膜具有尺寸大(宽幅 >2 m),厚度薄(厚度≤0.5 mm),边缘约束较少,平均应力水平低等特点。由此产生的屏幕的变形主要为侧边月牙形的褶皱变形以及底边中点为中心的发散形褶皱,典型情况如图 2 所示。其中,月牙形褶皱整体呈现垂直屏幕方向的褶皱变形,变形幅度约 2.1 mm,变形区域最大宽幅约 152 mm。发散形褶皱以底边中点为中心,呈放射状分布,褶皱数量约 4 条,幅值约 2 mm,最外侧褶皱与底边夹角约 52°。

两种变形在实际生产中可以单独出现,因此可以判定二者分属两种不同的变形模式。对于两种不同模式的变形,需要分析其产生的原因,然后针对原因设计解决方案。模型屈曲分析为特征值求解问题,因此其不同模态之间具有正交性,可以进行线性叠加,因此可以对不同变形模式分别进行分析,而不影响结果的准确性。



图 2　屏幕变形图

Fig. 2　Deformation of screen membrane

2.2　褶皱模拟及原因分析

当屏幕薄膜四周被完全固定时,屏幕能够保持平整。因此可以推测屏幕的褶皱来自于某些边界条件的变化。根据屏幕的实际受力情况,上边沿卷绕于卷轴上,难以产生位移,侧边无明显约束,下边沿夹持于底部横梁,自由度受到限制,但仍有一定变形的空间。因此,分析可能引起屏幕褶皱的原因,基于四边完全固定的屏幕模型设计了 3 种情况。

①情况 1:完全开放两侧节点自由度。

②情况 2:下边沿节点沿横梁方向平移,即开放下边沿节点平移自由度。

③情况 3:底部横梁弯曲,即开放下边沿节点转动自由度。

针对以上 3 种情况,物理试验难以避免其他因素的影响,无法保证试验结果分析结论的准确性。而数值模拟可以简单快速地对不同情况分别分析,更为准确方便。因此,针对 3 种情况分别建立模型分析其对屏幕变形的影响,同时结合实际测量结果保证模拟结果的准确可靠。

2.2.1　情况 1 分析

由于收卷的需要,屏幕侧边缺乏约束,本节针对

这一情况的影响进行分析。将屏幕上下边沿完全固定,左右边自由度完全放开,计算初始模态并引入模型,将模型上边沿固定,在下边沿施加约2 N/m的均布力,方向向下,导致屏幕变形(图3)。可以看到屏幕两侧形成月牙形的变形区,在中心边沿处形成最大变形。变形区为不稳定的临界状态,在少量外界干扰下形成褶皱。分析月牙形褶皱产生的原因,在于屏幕受单向拉伸力作用,产生沿上下方向的正应变,由于体积不变原理产生横向收缩变形。而屏幕上下边被横梁完全固定,不能产生位移,中间区域受边界影响小,产生横向位移,从而形成月牙形的变形区。变形区域处于不稳定的临界状态,在外界扰动下会过渡到更加稳定的褶皱状态,受屏幕收卷方向影响,该褶皱状态一般为如前文所示的垂直屏幕向前的月牙形褶皱。为了方便对比,以侧边中心点为原点,计算侧边各点在垂直屏幕方向上的变形幅值,由于变形具有对称性,只取了半个侧边进行对比,结果如图4所示。由图4可知,模拟结果的侧边变形曲线与实测变形曲线极为相似,变形基本符合抛物线形状,整体最大变形分别为1.98 mm(模拟)和2.05 mm(实际),差异不超过5%,该差异主要来源于屏幕实际尺寸差异以及由收卷带来的初始扰动幅值差异。



图3 情况1变形图

Fig. 3 Deformation in case 1

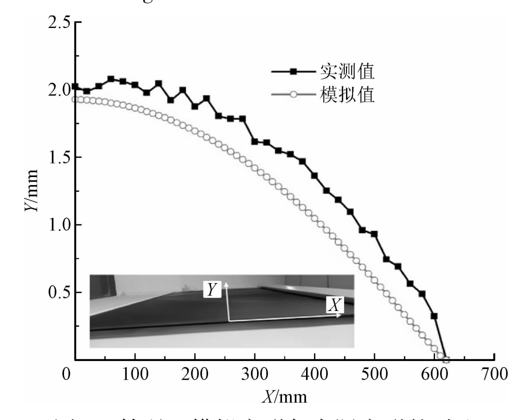


图4 情况1模拟变形与实际变形的对比

Fig. 4 Comparison between simulated and measured values in case 1

2.2.2 情况2分析

屏幕上边沿卷绕于卷轴上,基本不会发生位移,而下边沿固定于下横梁的缝隙中。由于缝隙具有一定宽度,下边沿固定不牢时会沿横梁方向产生一定的位移,从而可能引起褶皱。本节针对这一情况进行分析,将屏幕上边沿固定,屏幕两侧无固定约束。开放下边沿的平移自由度,施加少量的向下变形量(0.1 mm),固定其余的自由度。考虑到屏幕下边沿的固定方式,中心部位水平拉力平衡不易发生位移,而越靠外侧受向内的拉力越大,相对更容易发生位移,因此设置下边沿水平位移的分布如下:中心区域位移为0,两侧向中心的位移随着到中心距离的增大而线性增加,两侧最大位移为0.1 mm,整体的褶皱变形结果如图5所示。由图5可知,从底边有少量褶皱呈放射状分布,褶皱与底边夹角基本≥50°,与实际变形中的发散形褶皱类似。由表2的数据对比可知,二者的褶皱参数基本一致。取屏幕中心横截面(图5中虚线*A*-*A*处)的变形结果进行对比,如图6所示。模拟与实测的褶皱形状基本一致,波数、幅值、周期等吻合良好。模拟结果与实测结果仍有一定误差,且模拟结果具有良好的对称性,实测结果相比模拟结果整体波形偏右,这些可能是由于实际结构受裁剪、安装、悬挂等因素的影响,无法保证良好对称性,测量值也存在一定误差。然而,从总体趋势及褶皱波形参数上模拟结果与实测结果是基本一致的,最大偏差不超过10%。由此可以推断下边沿水平固定不足是产生发散形褶皱的主要原因。需要说明的是,实际变形受固定方式和固定位置影响,底边平移变形和模拟的理想情况存在差异,平移变形主要产生于局部连接不牢的区域,由此导致实际褶皱并不完全中心对称的特性。另外,实际发散型褶皱的形状位置在每张屏幕上均存在一定差异,但产生褶皱的原因是一样的。

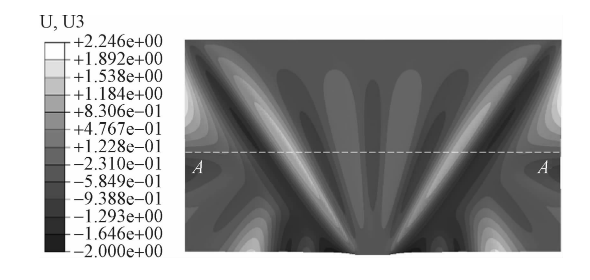


图5 情况2变形图

Fig. 5 Deformation in case 2

同时,对比图 2 和图 6 中的实测结果,中间两个不明显的褶皱幅值基本处于 0.5 mm 左右,由此可见当褶皱幅值≤0.5 mm 时,可以忽略其对投影画面的影响。

表 2　褶皱参数对比

Tab. 2　Comparison between simulated and measured wrinkle properties

参数	波数	与底边夹角/(°)	中心幅值/mm	半周期/mm
实测值	4	53.5	2.48	233
模拟值	4	51.0	2.25	256

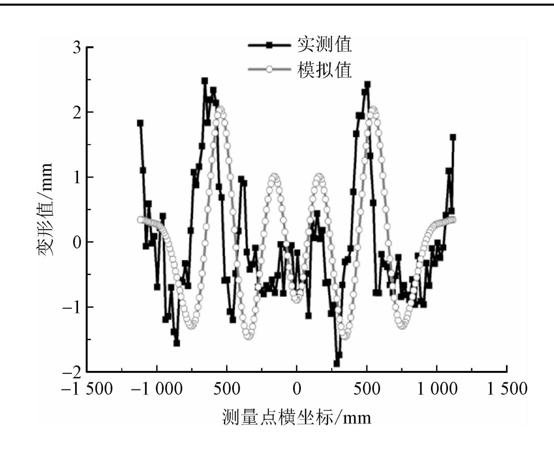


图 6　情况 2 模拟变形与实际变形的对比

Fig. 6　Comparison between simulated and measured values in case 2

2.2.3　情况 3 分析

由于下横梁较细,长度较长情况下直线度较差,容易产生弯曲,这也可能是产生屏幕褶皱的原因,本节针对这一情况进行分析。将屏幕上边沿固定,两侧自由,下边沿施加一定的挠度变形(幅值约 1 mm),模拟下边沿横杆变形的情形。将变形值作为载荷导入屏幕下边沿节点,开放下边沿节点的转动自由度限制。由图 7 可知,此种情况下变形主要集中于下边沿的两角,变形区域有限,变形幅值不大。

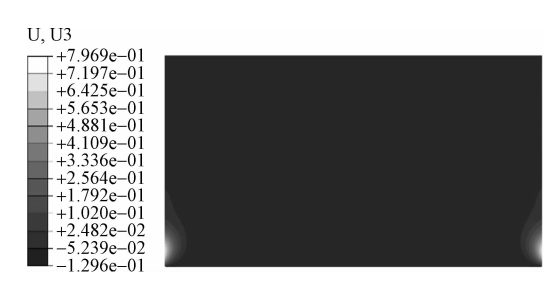


图 7　情况 3 变形图

Fig. 7　Deformation in case 3

由此可知屏幕下边沿轻微转动不足以产生前述的大幅面明显褶皱,因此,这一情况不是屏幕褶皱的主要原因。

2.3　无褶皱屏幕设计

基于上文的分析,产生褶皱的主要原因在于两侧缺乏约束以及下边沿水平方向变形。针对两种情况分别设计了改进手段。

1)针对两侧缺乏约束的情况,基于薄板弯曲刚度公式

$$K = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \tag{3}$$

式中:K 为薄板弯曲刚度;E 为弹性模量;ν 为泊松比;h 为薄板厚度。由此可见提高厚度能够有效提高刚度,在相同应力水平下推迟分岔点的到来,从而避免褶皱产生。在屏幕两侧添加加强条(宽度约 10 mm),增加边沿厚度至约 1 mm,提高边沿刚度。

2)针对底边平移约束缺失的情况,基于两端应力最大,最易发生位移,通过两端最外侧增加机械固定将屏幕与底部横梁完全固定,同时采用提高黏接面积等方式提升下边横杆和屏幕的连接强度,提高整体抗拉能力。

改进设计后的屏幕变形模拟结果如图 8 所示,变形幅值最大处为 0.2 mm,远小于 0.5 mm。

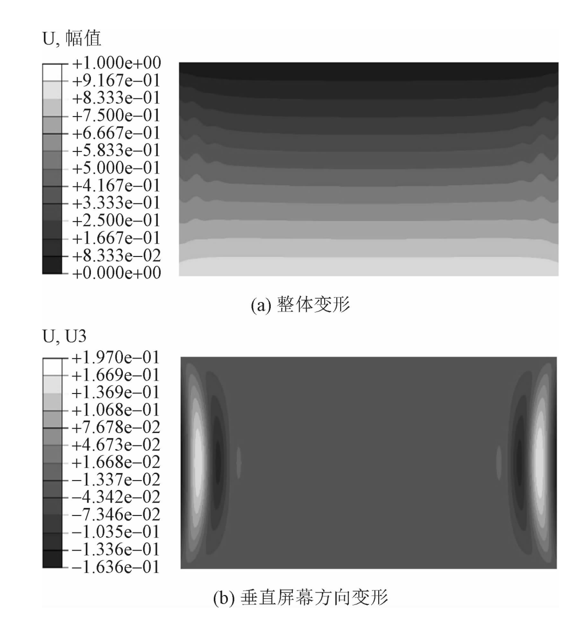


图 8　改进设计后的屏幕变形模拟结果

Fig. 8　Simulated deformation of wrinkle-free screen design

采用这一方法对屏幕结构进行优化,实际的屏

幕如图9所示。由图9可知,屏幕结构优化后,屏幕变形得到极大改善。然而,褶皱本身受屏幕结构、材料以及载荷等多种因素影响,裁剪、安装时又不可避免存在误差,因此实际呈现的褶皱具有一定的随机性[21],目前的方法仅能在一定程度上对褶皱进行控制,难以完全消除。如何对这些因素进行有效控制,是今后研究工作的重点问题,以期能够更准确地为工程设计提供建议。



图9 屏幕无褶皱

Fig. 9 Wrinkle-free screen

3 结 论

大尺寸薄膜变形分析对初始扰动更为敏感,数值模拟收敛性更差。本研究基于屈曲理论对投影屏幕的褶皱变形进行模拟分析,得到以下结论。

1)本研究利用多种方法提高模型的收敛性及准确性:采用屈曲模态分析结果作为初始缺陷引入变形分析,采用位移控制技术,以及降温法引入初应力矩阵等。改进后的模型能够有效预测屏幕褶皱变形,变形周期、幅值等与实测结果相差不超过10%。

2)将复杂变形情况拆解为多个变形模式,大大简化分析计算难度。通过与试验结果对比发现,屏幕侧边缺乏约束导致了月牙形褶皱,而屏幕底边水平变形导致了放射状褶皱。

3)针对分析结果对整体结构进行改进,通过改变局部刚度以及加强边界条件等方式有效降低实际的褶皱变形。

参考文献:

[1] 周海艳. 一种避免褶皱的投影幕布收卷装置:CN202020480508.7[P]. 2020-12-01.

[2] IWASA T. Approximate estimation of wrinkle wavelength and maximum amplitude using a tension-field solution[J]. International journal of solids and structures, 2017, 121:201-211.

[3] WANG X F, MA J, LAW S S, et al. Numerical analysis of wrinkle-influencing factors of thin membranes[J]. International journal of solids and structures, 2016, 97-98:458-474.

[4] WONG Y W, PELLEGRINO S. Wrinkled membranes part Ⅰ:experiments[J]. Journal of mechanics of materials and structures, 2006, 1(1):3-25.

[5] 王晓峰, 殷亮, 杨庆山. 矩形薄膜褶皱影响因素试验研究[J]. 建筑结构学报, 2020, 41(10):182-189.
WANG Xiaofeng, YIN Liang, YANG Qingshan. Experimental study on wrinkle-influencing factors of a rectangular membrane[J]. Journal of building structures, 2020, 41(10):182-189.

[6] LIBAI A, GIVOLI D. Analysis of pulled axisymmetric membranes with wrinkling[J]. International journal of solids and structures, 2002, 39(5):1259-1274.

[7] WANG X F, CHU H Y, YANG Q S. Numerical analysis of wind-induced response of a wrinkled membrane[J]. International journal of structural stability and dynamics, 2020, 20(5):2050056.

[8] WONG Y W, PELLEGRINO S. Wrinkled membranes part Ⅱ:analytical models[J]. Journal of mechanics of materials and structures, 2006, 1(1):27-61.

[9] WONG Y W, PELLEGRINO S. Wrinkled membranes part Ⅲ:numerical simulations[J]. Journal of mechanics of materials and structures, 2006, 1(1):63-95.

[10] 曹进军, 张卉婷, 张亮, 等. 对角受拉方膜褶皱变形幅值的理论预测及实验验证[J]. 力学学报, 2019, 51(5):1403-1410.
CAO Jinjun, ZHANG Huiting, ZHANG Liang, et al. Theoretical prediction and experimental verification of wrinkle amplitude in a square membrane subjected to diagonal tension[J]. Chinese journal of theoretical and applied mechanics, 2019, 51(5):1403-1410 (in Chinese).

[11] LUO Y J, XING J, NIU Y Z, et al. Wrinkle-free design of thin membrane structures using stress-based topology optimization[J]. Journal of the mechanics and physics of solids, 2017, 102:277-293.

[12] 徐凡, 汪婷, 杨易凡. 薄膜拉伸褶皱失稳力学进展[J]. 力学季刊, 2020, 41(2):207-220.
XU Fan, WANG Ting, YANG Yifan. Wrinkling of stretched films: a review[J]. Chinese quarterly of mechanics, 2020, 41(2):207-220(in Chinese).

[13] 傅强, 孙计勃, 张剑利, 等. 海洋结构薄板弹性屈曲的群孔效应[J]. 应用力学学报, 2019, 36(1):219-224.
FU Qiang, SUN Jibo, ZHANG Jianli, et al. A computational investigation of the group effects of circular holes on the buckling

strength of steel plates[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2019, 36(1):219-224(in Chinese).

[14] 侯祥林, 马英成, 开艳, 等. 简支梁大挠度弹性后屈曲载荷与变形的优化算法[J]. 应用力学学报, 2021, 38(1):340-344. HOU Xianglin, MA Yingcheng, KAI Yan, et al. An optimization algorithm for calculating the post-buckling load and deformation of simply supported beams with large deflection[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2021, 38(1):340-344(in Chinese).

[15] AKITA T, NATORI M C. Sensitivity analysis method for membrane wrinkling based on projection operator[C]//47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, VA, USA:AIAA, 2006:AIAA 2006-1800.

[16] 王长国. 空间薄膜结构皱曲行为与特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2007.

[17] 谭锋. 张拉薄膜结构的褶皱和动力分析[D]. 北京:北京交通大学, 2007.

[18] SAN B B, WU Y. Wrinkling simulation and analysis of membrane structures[C]//2011 International Conference on Electric Technology and Civil Engineering (ICETCE). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011:2829-2832.

[19] 张卉婷. 柔性薄膜褶皱变形的散斑实验与有限元数值模拟[D]. 重庆:重庆大学, 2018.

[20] 缪晓辉. PET/PEN 熔融共混纤维的制备及其性能研究[D]. 上海:东华大学, 2016.

[21] LIU M J, WANG Y L, HUANG J. Modeling and control of wrinkled membranes [C]//Fifth Asia International Symposium on Mechatronics (AISM 2015). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 1-6.

（编辑　吕茵）